

Projet partie 2.

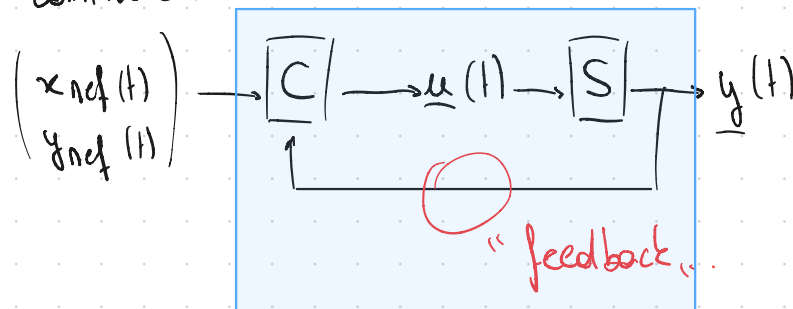
⊗ Equations de controle.

L'objectif du controle est de determiner les commandes $\underline{u}(t) = \begin{pmatrix} u_s(t) \\ u_d(t) \end{pmatrix}$ pour que $x(t) \approx x_{ref}(t)$ et $y(t) \approx y_{ref}(t)$.

↳ Sans controle :



↳ avec controle :



Ici, on propose un controle par accelerations proportionnelles à l'erreur de commande

$$\ddot{x}_{com} = k_x (x_{ref} - x) \rightarrow \ddot{x} = -\frac{u_s}{m} \sin \phi \approx -\frac{u_s}{m} \phi \approx -g \phi$$

$$\ddot{y}_{com} = k_y (y_{ref} - y) \rightarrow \ddot{y} = \frac{u_s}{m} \cos \phi - g \approx \frac{u_s}{m} - g$$

$$\downarrow \ddot{\phi}_{com} = k_\phi (\phi_{ref} - \phi) \rightarrow \ddot{\phi} = \frac{g}{2l} u_d$$

$$k_x (x_{ref} - x) \approx -g \phi_{ref} \rightarrow \phi_{ref} \approx -\frac{1}{g} k_x (x_{ref} - x)$$

$$u_s \approx m(g + k_y (y_{ref} - y))$$

$$u_d \approx \frac{2l}{g} k_\phi (\phi_{ref} - \phi)$$

k_x, k_y, k_ϕ ?

TP 7 : Séries de Fourier

Ce qu'il faut comprendre :

$$x(t) \begin{array}{c} \xrightarrow{\text{fréquence}} \\ \xleftarrow{\text{temps}} \end{array} \tilde{x}(f)$$

même info. ; représentations différentes

Aujourd'hui : $x(t)$ est périodique : $x(t) = x(t+T) \quad \forall t$

Alors il existe une représentation en série de Fourier.

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} \quad \text{et} \quad x(t) = \frac{\omega_0}{2\pi} \sum_{k \in \mathbb{Z}} \hat{x}_k \exp(jk\omega_0 t)$$

$\hat{x}_k \in \mathbb{C}$

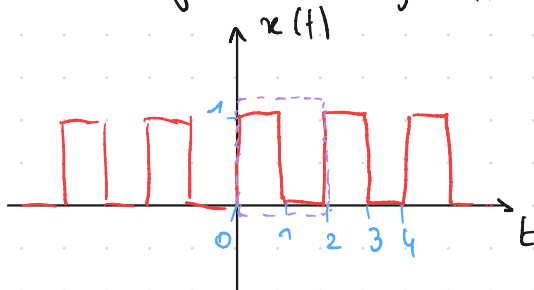
$$j^2 = -1, \quad z = a + bj \in \mathbb{C} ; \exp(j\theta) = \cos\theta + j\sin\theta, \\ = |z| \exp(j\angle z)$$

↳ Donner la série de Fourier, c'est donner les $\hat{x}_k$!

$$\hat{x}_k = \int_0^T x(t) \exp(-jk\omega_0 t) dt \quad ; \quad k \in \mathbb{Z}$$

Exercice 1.

Soit le signal $x(t)$, trouver la décomposit° en série de Fourier.



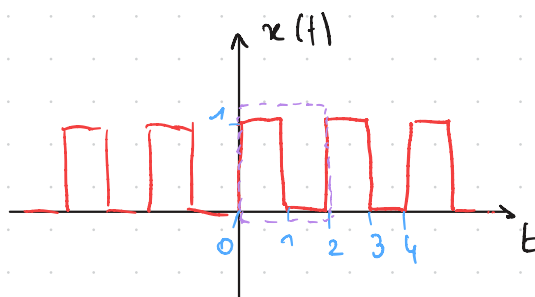
① $x(t)$ est périodique, $T=2$ i.e. $\omega_0 = \pi$.

② On exprime : $x(t) = \frac{1}{2} \sum_{k \in \mathbb{Z}} \hat{x}_k \exp(jk\pi t)$

$$\text{et on calcule } \hat{x}_k = \int_0^2 x(t) \exp(-jk\pi t) dt$$

$$\hat{x}_k = \int_0^2 x(t) e^{jk\pi t} dt$$

$$= \int_0^1 \cancel{x(t)} e^{jk\pi t} dt + \int_1^2 \cancel{x(t)} e^{jk\pi t} dt$$



$$= \int_0^1 e^{jk\pi t} dt \stackrel{k \neq 0}{=} \frac{1}{-jk\pi} e^{jk\pi t} \Big|_0^1 = \frac{1}{-jk\pi} e^{jk\pi} - \frac{1}{-jk\pi} e^{j0\pi}$$

$$k=0: \hat{x}_0 = \int_0^1 x(t) dt = \int_0^1 1 dt = 1$$

$$\hat{x}_{k \neq 0} = \frac{1}{-jk\pi} [\cos(-\pi k) + j \sin(-\pi k)] + \frac{1}{jk\pi}$$

si k est pair: $\cos(-\pi k) = 1$, $\sin(-\pi k) = 0 \rightarrow \hat{x}_{k \text{ pair}} = 0$

si k est impair: $\cos(-\pi k) = -1$, $\sin(-\pi k) = 0 \rightarrow \hat{x}_{k \text{ impair}} = \frac{2}{jk\pi} = \frac{-2j}{k\pi}$

③ Finalement: $x(t) = \frac{1}{2} + \sum_{\substack{k \in \mathbb{Z} \\ \text{impair}}} \frac{1}{jk\pi} e^{jk\pi t}$